

- 7** Detta $A(n)$ l'area del poligono regolare di n lati inscritto in un cerchio C di raggio r , verificare che $A(n) = \frac{n}{2} r^2 \sin \frac{2\pi}{n}$ e calcolarne il limite per $n \rightarrow \infty$.

7 Ogni poligono regolare di n lati, inscritto in una circonferenza di raggio r , è composto da n triangoli isosceli congruenti tra loro che hanno:

- la base congruente al lato del poligono regolare;
- il lato obliquo congruente al raggio r della circonferenza;
- l'angolo al vertice che misura $\frac{2\pi}{n}$.

L'area del poligono risulta $A(n) = A_T \cdot n$, dove A_T è l'area di ognuno degli n triangoli isosceli congruenti T .

Consideriamo allora un triangolo T e calcoliamo la sua area come semiprodotto di due lati per il seno dell'angolo tra essi compreso: $A_T = \frac{r^2}{2} \cdot \sin \frac{2\pi}{n}$,

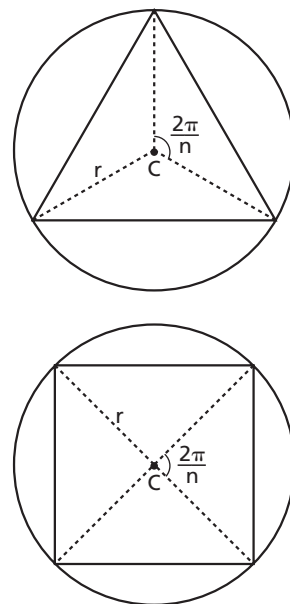
pertanto l'area del poligono regolare di n lati è: $A(n) = \frac{n}{2} \cdot r^2 \cdot \sin \frac{2\pi}{n}$.
Calcoliamo il limite.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} A(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2} \cdot r^2 \cdot \sin \frac{2\pi}{n} = r^2 \cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2} \cdot \sin \frac{2\pi}{n}.$$

Osserviamo che se $n \rightarrow +\infty$, allora $\frac{2\pi}{n} \rightarrow 0$. Quindi possiamo applicare il limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} A(n) = r^2 \cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2\pi} \pi \sin \frac{2\pi}{n} = \pi r^2 \lim_{\frac{2\pi}{n} \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{2\pi}{n}}{\frac{2\pi}{n}} = \pi r^2 \cdot 1 = \pi r^2.$$

Osserviamo che all'aumentare del numero dei lati il poligono regolare tende alla circonferenza in cui è inscritto, e l'area limite di $A(n)$ coincide con l'area del cerchio di raggio r .



■ Figura 10